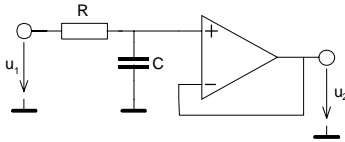




A. Formelsammlung Aktive Filter

Tiefpass-Schaltungen

Grundglied 1. Ordnung



$$C = \frac{1}{\Omega_p \cdot \omega_c \cdot R} \quad (R \text{ gegeben})$$

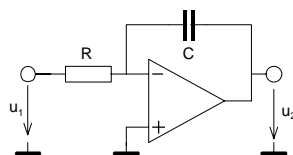
$$G(s) = \frac{1}{1 + RC \cdot s}$$

$$R = \frac{1}{\Omega_p \cdot \omega_c \cdot C} \quad (C \text{ gegeben})$$

$$\omega_p = \Omega_p \cdot \omega_c = \Omega_p \cdot 2\pi \cdot f_c = \frac{1}{RC}$$

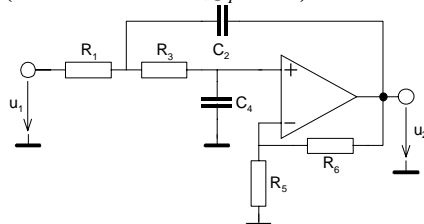
$$\Omega_p = \frac{\omega_p}{\omega_c} = \frac{1}{2\pi \cdot f_c \cdot RC}$$

Abgleich: $R \rightarrow \omega_p$



Sallen-Key Tiefpass 2.Ordnung (Einfach-Mitkopplung, SK)

(Einsetzbar für $Q_p < 20$)



$$G(s) = \frac{A_0}{1 + [R_1 C_4 + R_3 C_4 + (1 - A_0) R_1 C_2] s + R_1 R_3 C_2 C_4 s^2}$$

$$A_0 = 1 + \frac{R_6}{R_5}$$

C_2, C_4, A_0 vorgegeben:

$$C_4 < \frac{C_2 (1 + 4Q_p^2 (A_0 - 1))}{4Q_p^2} \quad C_4 \neq C_2 (A_0 - 1) \quad (\text{Bedingungen})$$

$$R_1 = \frac{1}{2\omega_c \Omega_p Q_p} \cdot \frac{C_2 \mp \sqrt{C_2^2 - 4Q_p^2 C_2 (C_4 + C_2 (1 - A_0))}}{C_2 (C_4 - C_2 (A_0 - 1))} \quad (\text{nur pos. reelle Lsg. verwenden})$$

$$= \frac{1}{(\omega_c \Omega_p)^2 R_3 C_2 C_4}$$

$$R_3 = \frac{1}{2\omega_c \Omega_p Q_p} \cdot \frac{C_2 \pm \sqrt{C_2^2 - 4Q_p^2 C_2 (C_4 + C_2 (1 - A_0))}}{C_2 C_4} \quad (\text{nur pos. reelle Lsg. verwenden})$$

$$= \frac{1}{(\omega_c \Omega_p)^2 R_1 C_2 C_4}$$

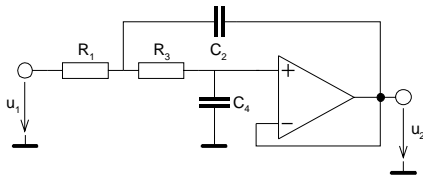
$$Q_p = \frac{\sqrt{R_1 R_3 C_2 C_4}}{C_4 (R_1 + R_3) + R_1 C_2 (1 - A_0)}$$

$$R_6 = R_5 (A_0 - 1)$$

$$\Omega_p = \frac{1}{\omega_c \sqrt{R_1 R_3 C_2 C_4}}$$

Abgleich: $R_1 \rightarrow \omega_p, R_3 \rightarrow Q_p$

Spezialfall $A_0=1$: (Einsetzbar für $Q_p < 5$ und $\omega_p < 0.05 \omega_f / Q_p$)



$$G(s) = \frac{1}{1 + (R_1 + R_3)C_4s + R_1R_3C_2C_4s^2}$$

Dimensionierung mit Vorgabe der Kondensatoren (Regelfall):

Wahl: C_4

$$C_4 < \frac{C_2}{4Q_p^2} \quad (\text{Bedingung})$$

$$R_1 = \frac{C_2 \pm \sqrt{C_2^2 - 4Q_p^2 \cdot C_2 \cdot C_4}}{2C_2 \cdot C_4 \cdot Q_p \cdot \Omega_p \cdot \omega_C} = \frac{1}{R_3 \cdot C_2 \cdot C_4 \cdot \Omega_p^2 \cdot \omega_C^2}$$

$$R_3 = \frac{C_2 \mp \sqrt{C_2^2 - 4Q_p^2 \cdot C_2 \cdot C_4}}{2C_2 \cdot C_4 \cdot Q_p \cdot \Omega_p \cdot \omega_C} = \frac{1}{R_1 \cdot C_2 \cdot C_4 \cdot \Omega_p^2 \cdot \omega_C^2}$$

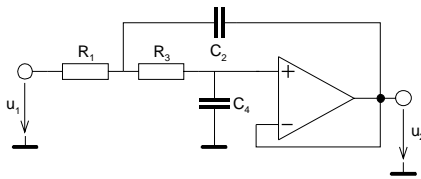
$$f_p = \frac{\omega_p}{2\pi} = \frac{\Omega_p \cdot \omega_C}{2\pi} = \Omega_p \cdot f_C$$

$$f_p = \frac{1}{2\pi \sqrt{R_1 \cdot R_3 \cdot C_2 \cdot C_4}}$$

$$Q_p = \sqrt{\frac{R_1 \cdot R_3 \cdot C_2}{(R_1 + R_3)^2 C_4}} \quad (A_0 = 1)$$

Abgleich: $R_1 \rightarrow \omega_p$, $C_2 \rightarrow Q_p$

Dimensionierung mit Vorgabe der Widerstände:
Man wählt $R_1 = R_3 = R$.



$$G(s) = \frac{1}{1 + 2RC_4s + R^2C_2C_4s^2}$$

Wahl: $R = R_1 = R_3$

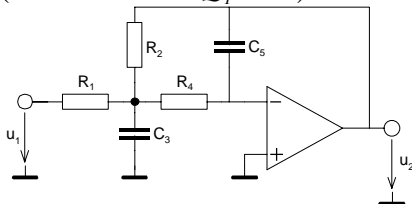
$$C_4 = \frac{1}{2R \cdot Q_P \cdot \Omega_P \cdot \omega_C} \quad C_2 = \frac{2Q_P}{R \cdot \Omega_P \cdot \omega_C} = 4Q_P^2 \cdot C_4$$

$$f_P = \Omega_P \cdot f_C = \frac{1}{2\pi \cdot R \sqrt{C_2C_4}} \quad Q_P = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{C_2}{C_4}}$$

Abgleich: $R_1 \rightarrow \omega_p, C_2 \rightarrow Q_p$

Tiefpass 2. Ordnung mit Mehrfach-Gegenkopplung (MGK)

(Einsetzbar für $Q_p < 10$)



$$A_0 = \frac{-R_2}{R_1}$$

$$G(s) = \frac{A_0}{1 + \left(\frac{R_2R_4}{R_1} + R_2 + R_4 \right) C_5 \cdot s + R_2R_4C_3C_5s^2}$$

Dimensionierung mit Vorgabe der Kondensatoren (Regelfall):

Wahl: C_5

$$C_3 \geq 4Q_P^2(1 - A_0)C_5 \quad (\text{Bedingung})$$

$$R_2 = \frac{1}{2\Omega_P\omega_C Q_P} \frac{C_3 \pm \sqrt{C_3^2 - 4C_3C_5(1 - A_0)Q_P^2}}{C_3C_5} = \frac{1}{\Omega_P^2\omega_C^2 R_4 C_3 C_5}$$

$$R_4 = \frac{-1}{2\Omega_P\omega_C Q_P} \frac{C_3 \mp \sqrt{C_3^2 - 4C_3C_5(1 - A_0)Q_P^2}}{C_3C_5(A_0 - 1)} = \frac{1}{\Omega_P^2\omega_C^2 R_2 C_3 C_5}$$

$$R_1 = \frac{R_2}{-A_0}$$

$$f_P = \frac{\omega_P}{2\pi} = \frac{\Omega_P \cdot \omega_C}{2\pi} = \Omega_P \cdot f_C$$

$$f_P = \frac{1}{2\pi \sqrt{R_2 R_4 C_3 C_5}}$$

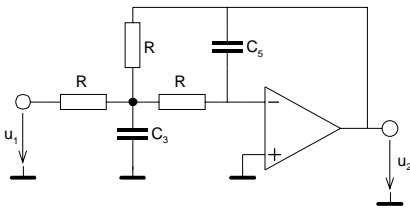
$$Q_P = \frac{R_1 \sqrt{R_2 R_4 C_3 C_5}}{C_5 (R_1 R_2 + R_1 R_4 + R_2 R_4)}$$

$$A_0 = \frac{-R_2}{R_1}$$

Abgleich: $R_4 \rightarrow \omega_p, R_1 \rightarrow Q_p$

(Gute Abgleichmöglichkeit da, nur Widerstände verändert werden müssen)

Dimensionierung mit Vorgabe der Widerstände:
Man wählt $R_1 = R_2 = R_4 = R$.



$$G(s) = \frac{-1}{1 + 3RC_5 \cdot s + R^2 C_3 C_5 s^2}$$

Wahl: R

$$C_5 = \frac{1}{3R \cdot Q_P \cdot \Omega_P \cdot \omega_C}$$

$$C_3 = \frac{3Q_P}{R \cdot \Omega_P \cdot \omega_C} = 9Q_P^2 \cdot C_5$$

$$f_P = \frac{\omega_P}{2\pi} = \frac{\Omega_P \cdot \omega_C}{2\pi} = \Omega_P \cdot f_C$$

$$f_P = \frac{1}{2\pi \cdot R \sqrt{C_3 C_5}}$$

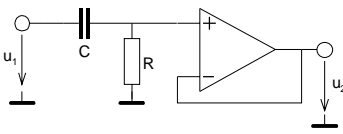
$$Q_P = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{C_3}{C_5}}$$

$$A_0 = -1$$

Abgleich: wie bei Vorgabe der Kondensatoren

Hochpass-Schaltungen

Grundglied 1. Ordnung



$$C = \frac{1}{\Omega_P \cdot \omega_C \cdot R} \quad (\text{R gegeben})$$

$$R = \frac{1}{\Omega_P \cdot \omega_C \cdot C} \quad (\text{C gegeben})$$

$$\omega_p = \Omega_p \cdot \omega_C = \Omega_p \cdot 2\pi \cdot f_C = \frac{1}{RC}$$

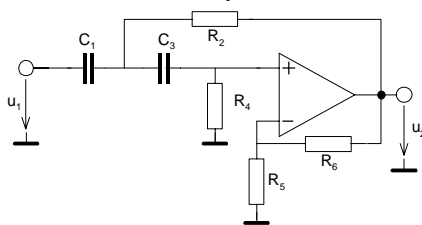
$$\Omega_p = \frac{\omega_p}{\omega_C} = \frac{1}{2\pi \cdot f_C \cdot RC}$$

$$G(s) = \frac{R \cdot C \cdot s}{1 + R \cdot C \cdot s}$$

Abgleich: $R \rightarrow \omega_p$

Sallen-Key Hochpass 2.Ordnung (Einfach-Mitkopplung, SK)

(Einsetzbar für $Q_p < 20$)



$$A_\infty = 1 + \frac{R_6}{R_5}$$

$$G(s) = \frac{A_\infty R_2 R_4 C_1 C_3 s^2}{1 + [R_2(C_1 + C_3) + (1 - A_\infty)R_4 C_3]s + R_2 R_4 C_1 C_3 s^2}$$

C_1, C_3, R_5 vorgegeben

$$R_2 = \frac{1}{2\omega_C \Omega_p Q_p} \frac{C_1 \pm \sqrt{C_1^2 + 4Q_p^2 C_1 ((C_1 + C_3)(A_\infty - 1))}}{(C_1 + C_3)C_1} \quad (\text{nur pos. reelle Lsg. verwenden})$$

$$R_4 = \frac{1}{2\omega_C \Omega_p Q_p} \frac{C_1 \mp \sqrt{C_1^2 + 4Q_p^2 C_1 ((C_1 + C_3)(A_\infty - 1))}}{C_1 C_3 (1 - A_\infty)} \quad (\text{nur pos. reelle Lsg. verwenden})$$

$$= \frac{1}{(\omega_C \Omega_p)^2 R_2 C_1 C_3}$$

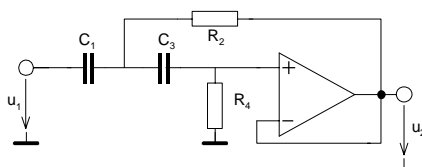
$$Q_p = \frac{\sqrt{R_2 R_4 C_1 C_3}}{R_2 (C_1 + C_3) + R_4 C_3 (1 - A_\infty)}$$

$$R_6 = R_5 (A_\infty - 1)$$

$$\Omega_p = \frac{1}{\omega_C \sqrt{R_2 R_4 C_1 C_3}}$$

Abgleich: $R_2 \rightarrow \omega_p, R_6 \rightarrow Q_p$

Spezialfall $A_\infty = 1$: (Einsetzbar für $Q_p < 5$ und $\omega_p < 0.05 \omega_f / Q_p$)



$$G(s) = \frac{R_2 R_4 C_1 C_3 s^2}{1 + [R_2 (C_1 + C_3)]s + R_2 R_4 C_1 C_3 s^2}$$

Abgleich: $C_1 \rightarrow \omega_p, R_2 \rightarrow Q_p$

Dimensionierung mit Vorgabe der Kondensatoren (Regelfall):

Wahl: C_1, C_3

$$R_2 = \frac{1}{\omega_c \Omega_{PH} Q_{PH} (C_1 + C_3)} \quad R_4 = \frac{Q_{PH} (C_1 + C_3)}{\Omega_{PH} \omega_c C_1 C_3}$$

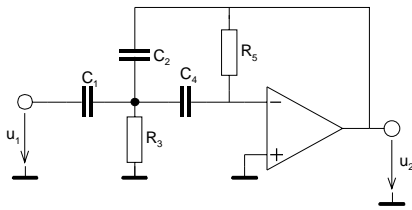
$$f_p = \frac{\omega_p}{2\pi} = \frac{\Omega_p}{2\pi} = \Omega_p \cdot f_c \quad f_p = \frac{1}{2\pi \sqrt{R_2 R_4 C_1 C_3}}$$

$$Q_p = \frac{\sqrt{R_2 R_4 C_1 C_3}}{(C_1 + C_3) R_2} \quad (A_\infty = 1)$$

Abgleich: $C_1 \rightarrow \omega_p, R_1 \rightarrow Q_p$

Dimensionierung mit Vorgabe der Widerstände: Macht keinen Sinn.

Hochpass 2. Ordnung mit Mehrfach-Gegenkopplung (MGK)



$$G(s) = \frac{-R_3 R_5 C_1 C_4 s^2}{1 + R_3 (C_1 + C_2 + C_4) s + R_3 R_5 C_2 C_4 s^2}$$

Dimensionierung mit Vorgabe der Kondensatoren (Regelfall):

C_2, C_4 vorgegeben:

$$R_3 = \frac{1}{\omega_p Q_p (C_2 (1 - A_\infty) + C_4)} \quad C_1 = \frac{C_2}{-A_\infty}$$

$$R_5 = \frac{Q_p (C_2 (1 - A_\infty) + C_4)}{C_2 C_4 \omega_p}$$

$$Q_p = \frac{\sqrt{R_3 R_5 C_2 C_4}}{R_3 C_2 (1 - A_\infty) + R_3 C_4} = \frac{\sqrt{R_3 R_5 C_2 C_4}}{R_3 (C_1 + C_2 + C_4)} \quad f_p = \frac{1}{2\pi \sqrt{R_3 R_5 C_2 C_4}}$$

Wahl: $C_1 = C_2 = C_4 = C$

$$R_3 = \frac{1}{3\Omega_{PH} \cdot Q_{PH} \cdot \omega_C \cdot C} \quad R_5 = \frac{3Q_{PH}}{\Omega_{PH} \cdot \omega_C \cdot C} = 9Q_{PH}^2 \cdot R_3$$

$$f_p = \frac{\omega_p}{2\pi} = \frac{\Omega_p \cdot \omega_C}{2\pi} = \Omega_p \cdot f_C \quad f_p = \frac{1}{2\pi C \sqrt{R_3 R_5}}$$

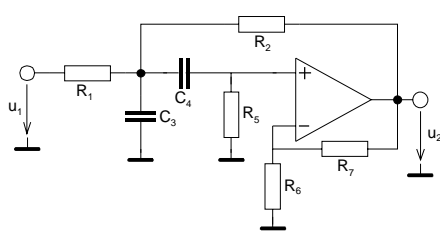
$$Q_p = \frac{\sqrt{R_3 R_5}}{3R_3} \quad A_\infty = -1$$

Abgleich: $R_3 \rightarrow \omega_p, C_1 \rightarrow Q_p$

Dimensionierung mit Vorgabe der Widerstände: Macht keinen Sinn.

Bandpass Schaltungen

Bandpass nach Sallen-Key



$$G(s) = \frac{\frac{R_2 R_5}{R_1 + R_2} C_4 A_M \cdot s}{1 + \frac{R_1 R_5 C_4 (1 - A_M) + R_1 R_2 (C_3 + C_4) + R_2 R_5 C_4}{R_1 + R_2} \cdot s + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} R_5 C_3 C_4 \cdot s^2}$$

$$A_M = 1 + \frac{R_7}{R_6}$$

Bedingung: $A_M > 1$

$$R_1 = \frac{Q_P}{\omega_P C_3} \quad \omega_P = \omega_M \Omega_{PB}$$

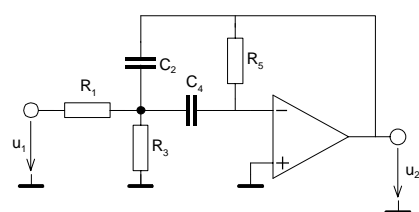
$$R_2 = \frac{1}{2} \frac{C_3 (A_M - 1) + \sqrt{C_3 (C_3 (1 - 2A_M + A_M^2) + 4Q_P^2 (C_3 + C_4) (A_M - 1))}}{\omega_P Q_P C_3 (C_3 + C_4)}$$

$$R_5 = \frac{C_3 (A_M - 1) + \sqrt{C_3 (C_3 (1 - 2A_M + A_M^2) + 4Q_P^2 (C_3 + C_4) (A_M - 1))} + 2Q_P^2 (C_3 + C_4)}{\omega_P Q_P C_4 \left[C_3 (A_M - 1) + \sqrt{C_3 (C_3 (1 - 2A_M + A_M^2) + 4Q_P^2 (C_3 + C_4) (A_M - 1))} \right]}$$

$$Q_P = \frac{\sqrt{R_1 R_2 R_5 C_3 C_4} \sqrt{R_1 + R_2}}{R_1 R_2 (C_3 + C_4) + R_1 R_5 C_4 (1 - A_M) + R_2 R_5 C_4}$$

$$\Omega_P = \frac{\sqrt{R_1 + R_2}}{\omega_M \sqrt{R_1 R_2 R_5 C_3 C_4}}$$

Bandpass mit Mehrfach-Gegenkopplung (MGK)



$$G(s) = \frac{\frac{-R_3 R_5}{R_1 + R_3} C_4 s}{1 + \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} (C_2 + C_4) s + \frac{R_1 R_3 R_5}{R_1 + R_3} C_2 C_4 s^2}$$

$$R_1 = \frac{-Q_{PB}}{\omega_{PB} A_M C_2} \quad R_3 = \frac{Q_{PB}}{\omega_{PB} (Q_{PB}^2 (C_2 + C_4) + C_2 A_M)}$$

$$R_5 = \frac{Q_{PB} (C_2 + C_4)}{\omega_{PB} C_2 C_4}$$

$$\Omega_P = \frac{1}{\omega_M} \sqrt{\frac{R_1 + R_3}{R_1 R_3 R_5 C_2 C_4}} \quad Q_P = \sqrt{\frac{R_5 (R_1 + R_3) C_2 C_4}{R_1 R_3 (C_2 + C_4)^2}}$$

Vereinfachte Dimensionierung für Wahl $C_2 = C_4 = C$:

$$R_1 = \frac{Q_{PB}}{\Omega_{PB} \omega_M C |A_M|} \quad R_3 = \frac{Q_{PB}}{\Omega_{PB} \omega_M C (2Q_{PB}^2 - |A_M|)}$$

$$R_5 = \frac{2Q_{PB}}{\Omega_{PB} \omega_M \cdot C}$$

$$A_M = \frac{-R_5}{2R_1}$$

$$\Delta\omega_{3dB} = \frac{2}{R_5 C}$$

$$Q_{PB} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{R_5 (R_1 + R_3)}{R_1 R_3}}$$

$$\Omega_{PB} = \frac{1}{\omega_M C} \sqrt{\frac{R_1 + R_3}{R_1 R_3 R_5}}$$

Abgleich: $C_4 \rightarrow \omega_p$, $R_5 \rightarrow Q_p$