

Numerische Integration nach Simpson II

Umfeld

Problemfälle beim bestimmten Integral sind stückweise definierte Funktionen. Sie bedürfen vor allem bei numerischen Verfahren besonderer Sorgfalt. Aus der Analysis wissen wir, dass das bestimmte Integral in eine Summe von Teilintegralen aufgeteilt werden darf. Diese Technik macht man sich zu Nutze um stückweise definierte Funktionen sauber zu integrieren.

Ebenso werfen Funktionen Fragen auf, die im zu integrierenden Bereich ihr Vorzeichen wechseln oder Nullwerte ergeben. Bei der Integration über die Stammfunktion ist klar, dass sich dabei Werte z.B. subtrahieren können:

$$\text{Bsp.: } \int_0^{\pi} \sin x \, dx = -\cos x \Big|_0^{\pi} = 1 - 1 = 0$$

Im Sinne der geometrischen Deutung des bestimmten Integrales als Fläche, die zwischen dem Graphen und der x -Achse eingeschlossen wird, muss obige Rechnung anders angepackt werden.

Aus dem zu lösenden Problem ergibt sich konkret, was mit dem Integral genau berechnet wird. In der Praxis ist dies oft eine Fläche oder ein Volumen. Dann ist klar, wie vorzugehen ist.

Aufgaben

- Bestimmen Sie den Wert des Integrales $\int_{-2}^4 f(x) \, dx$, wenn $f(x) = \begin{cases} x^2 & , x \leq 0 \\ -x^2 & , x \geq 0 \end{cases}$, sowie die im Intervall $[-2,4]$ zwischen dem Graphen $f(x)$ und der x -Achse eingeschlossenen Fläche.

Die Zerlegung n ist selbständig so zu wählen, dass mit möglichst wenig Rechenaufwand ein korrektes Ergebnis erreicht wird.

Bemerkung: $f(x)$ ist eine quadratische Spline-Funktion.

- Ist eine Zerlegung von $n=2$ möglich. Wenn nein, warum nicht?