

U6 Nullstellenbestimmung mit Intervallhalbierung

Umfeld

Die Bestimmung der Nullstelle(n) einer Funktion nach Methode der Intervallhalbierung haben wir in den Grundzügen kennengelernt. Diese einfache Methode findet die Nullstelle sicher, sofern ein Nulldurchgang im Startintervall liegt. Die Vorgabe des Startintervalles ist also eine kritische Grösse. Das Verfahren konvergiert relativ langsam zur Nullstelle, da in jedem Durchlauf das Intervall lediglich halbiert wird.

Zur Festigung soll dieses Verfahren an der Funktion

$$f(x) = \cos x + 2x^2 - 2$$

mit EXCEL praktiziert werden.

Dabei werden primär die Zielsetzungen verfolgt:

Die Erstellung der Tabelle mit den berechneten Werten soll soweit möglich, mit Kopieren erfolgen.

Alle Berechnungen sind über Zellreferenzen miteinander verkoppelt. So kann durch Neueingabe des Startintervalles $[a, b]$ in den entsprechenden Zellen automatisch eine vollständige Neuberechnung vorgenommen werden.

Anwenden der bedingten Zuweisung eines Wertes an eine Zelle.

Bedingte Wertzuweisung an eine Zelle

EXCEL kennt die sog. bedingte Zuweisung eines Wertes an eine Zelle:

=WENN(Bedingung; DannWert; SonstWert)

Bsp.:

=WENN(1 < 2; 2; 4)

wird die Zuweisung des Wertes 2 zur Zelle zur Folge haben. (In einer Tabelle werden diese Zahlen durch entsprechende Zellreferenzen ersetzt).

Wir benutzen diese bedingte Zuweisung bei der Methode der Intervallhalbierung um das neue, halbierte Intervall für den nächsten Schritt zu erzeugen.

Aufgabe

Bestimmen Sie nach der Methode der Intervallhalbierung eine Näherung für die positive Nullstelle der Funktion $f(x)$ indem Sie das Verfahren mit 20 Durchläufen ausführen.

Gestalten Sie ihr Arbeitsblatt nach der umseitigen Vorgabe.

Durchlauf	a	b	c=(b-a)/2+a	f(a)*f(c)	f(c)*f(b)	max. Fehler
0	0,00000	1,00000	0,5000000	0,62241744	-0,3362936	0,50
1	0,50000	1,00000	0,7500000	0,08919935	-0,0774313	0,25
2	0,75000	1,00000	0,8750000	-0,0246849	0,09306537	0,125
3	0,75000	0,87500	0,8125000	-0,0011462	0,00137764	0,0625
4	0,75000	0,81250	0,7812500	0,00992616	-0,000554	0,03125
5	0,78125	0,81250	0,7968750	0,00214961	-0,0002482	0,015625
6	0,79688	0,81250	0,8046875	0,00036062	-9,293E-05	0,0078125
7	0,80469	0,81250	0,8085938	2,1334E-05	-1,468E-05	0,00390625
8	0,80859	0,81250	0,8105469	-5,645E-06	2,4592E-05	0,00195313
9	0,80859	0,81055	0,8095703	-1,134E-06	1,8995E-06	0,00097656
10	0,80859	0,80957	0,8090820	1,1191E-06	-3,765E-07	0,00048828
11	0,80908	0,80957	0,8093262	-2,454E-09	2,4874E-09	0,00024414
12	0,80908	0,80933	0,8092041	1,8454E-07	-1,219E-09	0,00012207
13	0,80920	0,80933	0,8092651	4,5227E-08	-6,015E-10	6,1035E-05
14	0,80927	0,80933	0,8092957	1,0856E-08	-2,926E-10	3,0518E-05
15	0,80930	0,80933	0,8093109	2,4947E-09	-1,382E-10	1,5259E-05
16	0,80931	0,80933	0,8093185	5,2003E-10	-6,1E-11	7,6294E-06
17	0,80932	0,80933	0,8093224	8,4259E-11	-2,239E-11	3,8147E-06
18	0,80932	0,80933	0,8093243	4,2695E-12	-3,091E-12	1,9073E-06
19	0,80932	0,80933	0,8093252	-1,251E-12	6,5605E-12	9,5367E-07
20	0,80932	0,80933	0,8093247	-3,308E-13	7,0202E-13	4,7684E-07

Hilfe:

Die erste Zeile der Tabelle beinhaltet folgende Einträge:

B11: =B6

C11: =B7

D11: =(C11-B11)/2 + B11

E11: =(COS(B11)+2*B11^2-2)*(COS(D11)+2*D11^2-2)

F11: =(COS(D11)+2*D11^2-2)*(COS(C11)+2*C11^2-2)

G11: =2^(-(A11+1))*(\$C\$11-\$B\$11)