FIR Hochpassdimensionierung mit Window-Methode

Bestimmung der idealen und gewichteten FIR-Filterkoeffizienten für einen Hochpass nach der Window-Methode.

Autor: Gerhard Krucker
Zaunackerstrasse 9
3113 Rubigen (Schweiz)
krucker@krucker.ch

Datum: 16.12.2000, 23.12.2000 (Korr. Windowfunkt.)

Vorgaben:

$f_S := 9.6 \cdot 10^3$ [Hz] Sampling Frequenz

$f_C := 1 \cdot 10^3$ [Hz] Grenzfrequenz Durchlass

$N := 61$ Anzahl Taps (Ordnung+1)

(Zu kleine Filterlängen führen dazu, dass bei den Fenstern mit hoher Sperrdämpfung die geforderte Sperrdämpfung nicht erreicht wird.)

Berechnungen:

$\omega_C := 2\pi \cdot f_C$

$\Omega_C := \frac{\omega_C}{f_S}$ $\Omega_C = 0.654$ Normierte Grenzfrequenz des idealen Filters

$$h_{HP}(i, \Omega_C, N) := \begin{cases} \dfrac{\pi - \Omega_C}{\pi} & \text{if } i = \dfrac{N-1}{2} \\ \dfrac{\sin\left[\left(i - \frac{N-1}{2}\right)\pi\right] - \sin\left[\left(i - \frac{N-1}{2}\right)\Omega_C\right]}{\left(i - \frac{N-1}{2}\right)\pi} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Ideale Hochpass FIR-Filterkoeffizienten

$i := 0 .. N-1$

$h1_i := h_{HP}(i, \Omega_C, N)$

$Sh_1 := \sum_i h1_i$ $Sh_1 = 0.016$ DC-Dämpfung

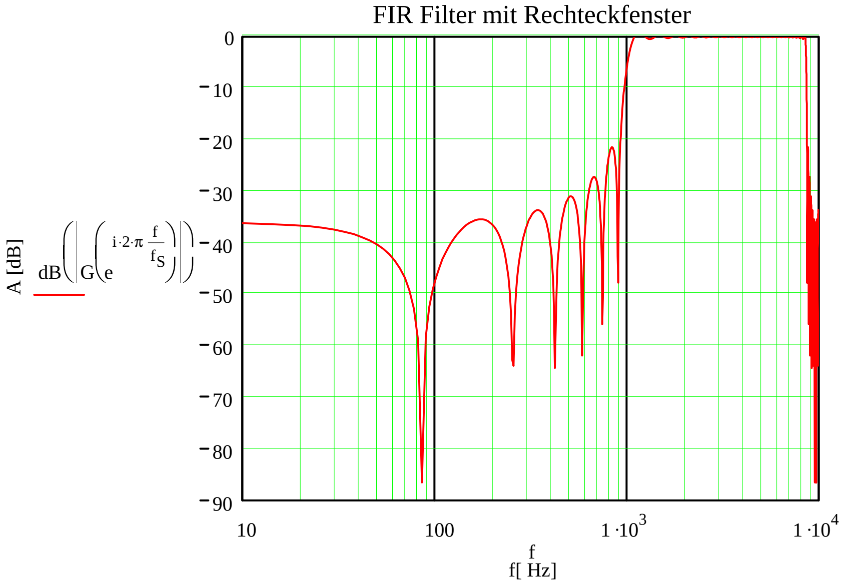
$Sh_2 := \sum_i (-1)^i h1_i$ $Sh_2 = 0.99$ Dämpfung bei $f_S/2$

$h_1 =$

	0
0	$-7.503 \cdot 10^{-3}$
1	$-1.433 \cdot 10^{-3}$
2	$5.684 \cdot 10^{-3}$
3	0.011
4	0.012
5	$7.751 \cdot 10^{-3}$
6	0
7	$-8.425 \cdot 10^{-3}$
8	-0.014
9	-0.014
10	$-7.958 \cdot 10^{-3}$
11	$2.187 \cdot 10^{-3}$
12	0.013
13	0.019
14	0.017
15	$8.121 \cdot 10^{-3}$
16	$-5.885 \cdot 10^{-3}$
17	-0.019
18	-0.027
19	-0.023
20	$-8.238 \cdot 10^{-3}$

Rechteck-Fenster: (Sperrdämpfung >21dB)

$f := 10, 14 .. 10000$:] $G(z) := \sum_{k=0}^{N-1} h_{1_k} \cdot z^{-k}$ Frequenzdiskrete Übertragungsfunktion $dB(x) := 20 \cdot \log(x)$

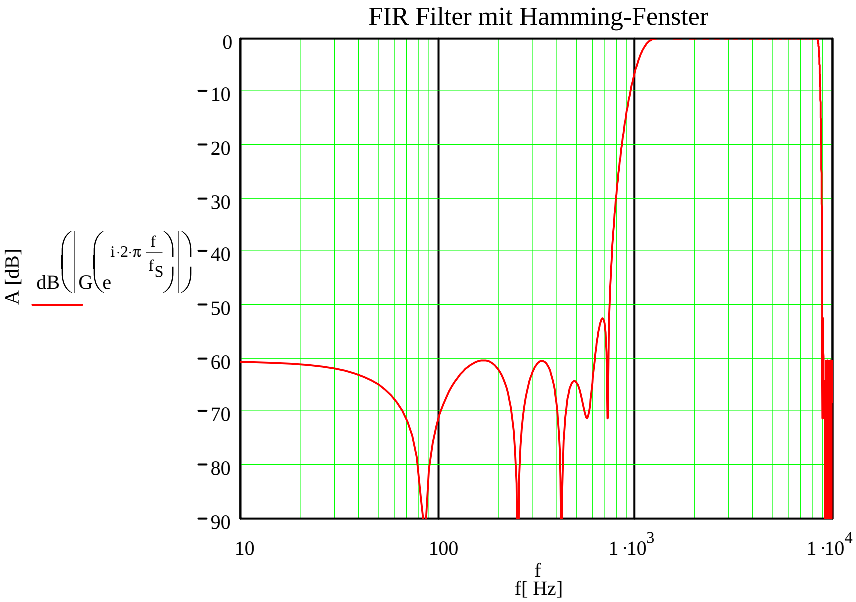


$dB\left(\left|G\left(e^{i \cdot 2 \cdot \pi \cdot \frac{f_C}{f_S}}\right)\right|\right) = -6.109$ [dB] Dämpfung bei Grenzfrequenz f_C

Hamming-Fenster: (Sperrdämpfung > 53dB)

$h_{2_i} := \text{hammingWin}(i, N) \cdot h_{1_i}$ Hamming-gewichtete Filterkoeffizienten

$f := 10, 14 .. 10000$ [Hz] $G(z) := \sum_{k=0}^{N-1} h_{2_k} \cdot z^{-k}$ Frequenzdiskrete Übertragungsfunktion



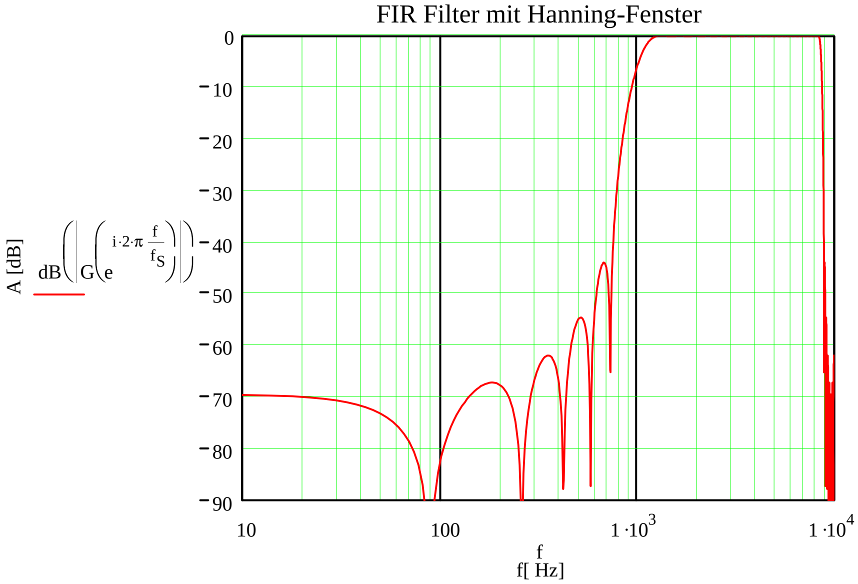
$dB\left(\left|G\left(e^{i \cdot 2 \cdot \pi \cdot \frac{f_C}{f_S}}\right)\right|\right) = -6.028$ [dB] Dämpfung bei Grenzfrequenz f_C

Hanning-Fenster: (Sperrdämpfung > 44dB)

$h_{2_i} := \mathrm{hanningWin}(i, N) \cdot h_{1_i}$ Hanning-gewichtete Filterkoeffizienten

$f := 10, 14 .. 10000$ [Hz]

$G(z) := \sum_{k=0}^{N-1} h_{2_k} \cdot z^{-k}$ Frequenzdiskrete Übertragungsfunktion



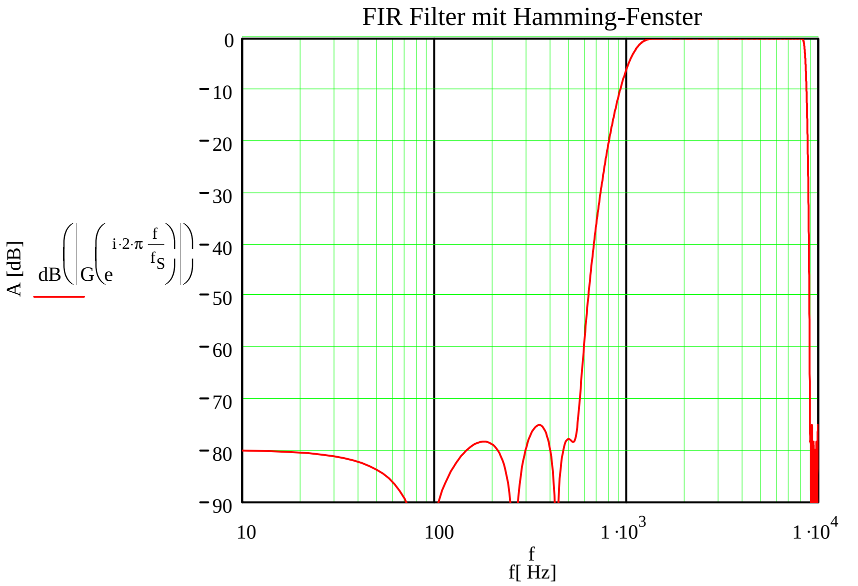
$dB\left(\left|G\left(e^{i \cdot 2 \cdot \pi \cdot \frac{f_C}{f_S}}\right)\right|\right) = -6.021$ [dB] Dämpfung bei Grenzfrequenz f_C

Blackman-Fenster: (Sperrdämpfung >74dB)

$h_{2_i} := \mathrm{blackmanWin}(i, N) \cdot h_{1_i}$ Blackman-gewichtete Filterkoeffizienten

$f := 10, 14 .. 10000$ [Hz]

$G(z) := \sum_{k=0}^{N-1} h_{2_k} \cdot z^{-k}$ Frequenzdiskrete Übertragungsfunktion



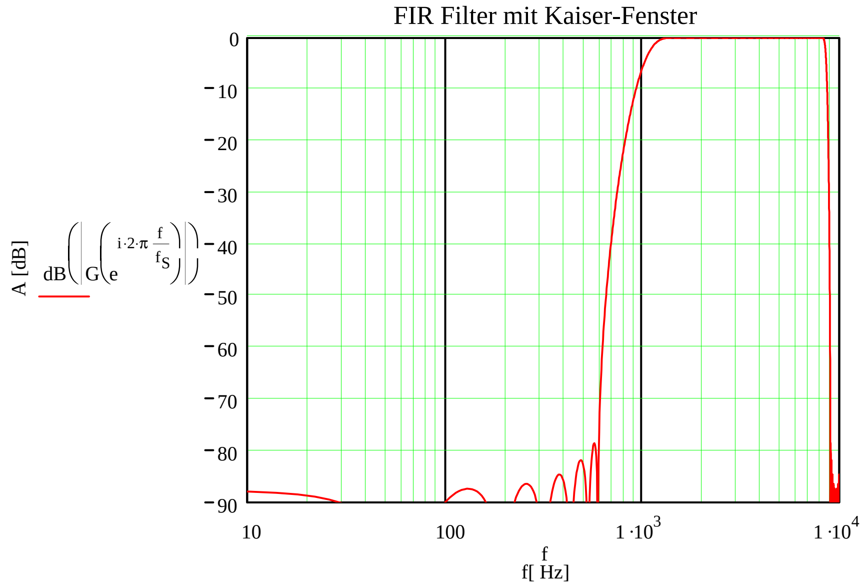
$dB\left(\left|G\left(e^{i \cdot 2 \cdot \pi \cdot \frac{f_C}{f_S}}\right)\right|\right) = -6.021$ [dB] Dämpfung bei Grenzfrequenz f_C

Kaiser-Fenster: (Sperrdämpfung >70dB)

$h2_i := \mathrm{kaiserWin}(i, N, 7.76) \cdot h1_i$ Kaiser-gewichtete Filterkoeffizienten

$f := 10, 14 .. 10000$ [Hz]

$G(z) := \sum_{k=0}^{N-1} h2_k \cdot z^{-k}$ Frequenzdiskrete Übertragungsfunktion



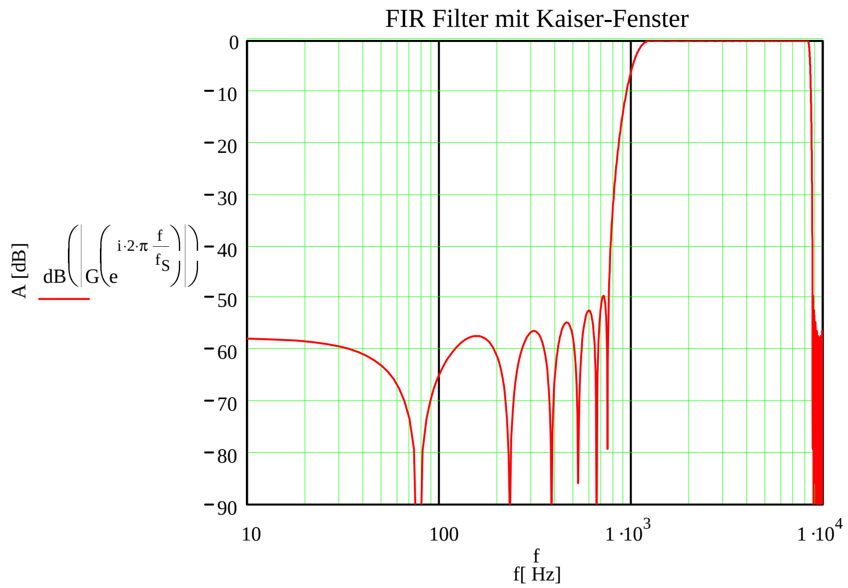
$dB\left(\left|G\left(e^{i \cdot 2 \cdot \pi \cdot \frac{f_C}{f_S}}\right)\right|\right) = -6.021$ [dB] Dämpfung bei Grenzfrequenz f_C

Kaiser-Fenster: (Sperrdämpfung >50dB)

$h2_i := \mathrm{kaiserWin}(i, N, 4.54) \cdot h1_i$ Kaiser-gewichtete Filterkoeffizienten

$f := 10, 14 .. 10000$ [Hz]

$G(z) := \sum_{k=0}^{N-1} h2_k \cdot z^{-k}$ Frequenzdiskrete Übertragungsfunktion

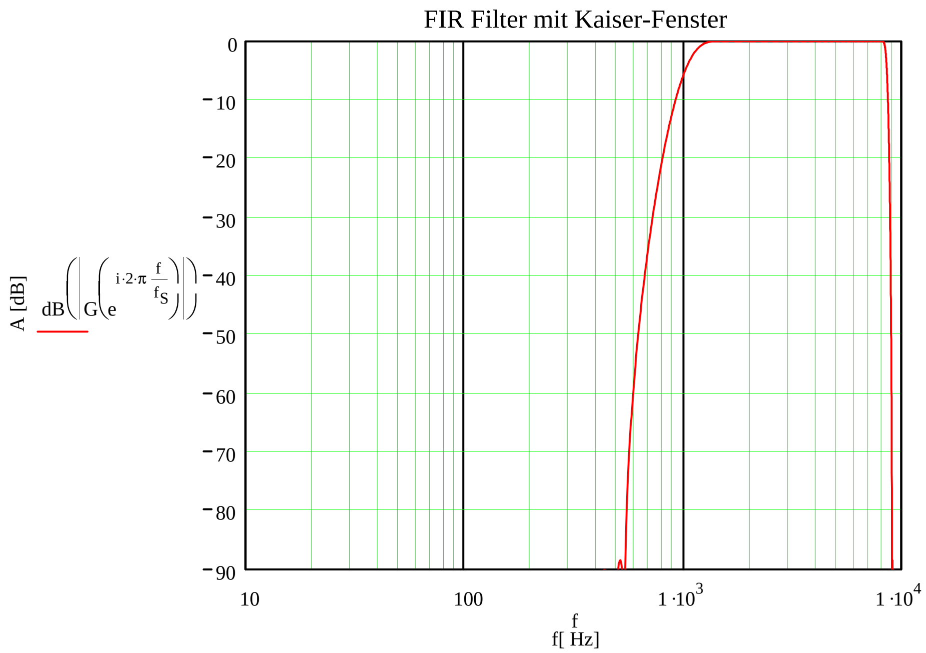


$dB\left(\left|G\left(e^{i \cdot 2 \cdot \pi \cdot \frac{f_C}{f_S}}\right)\right|\right) = -6.023$ [dB] Dämpfung bei Grenzfrequenz f_C

Kaiser-Fenster: (Sperrdämpfung >90dB)

$h2_i := \text{kaiserWin}(i, N, 8.96) \cdot h1_i$ Kaiser-gewichtete Filterkoeffizienten

$f := 10, 14 .. 10000$ [Hz] $G(z) := \sum_{k=0}^{N-1} h2_k \cdot z^{-k}$ Frequenzdiskrete Übertragungsfunktion



$dB\left(\left|G\left(e^{i \cdot 2 \cdot \pi \cdot \frac{f_C}{f_S}}\right)\right|\right) = -6.021$ [dB] Dämpfung bei Grenzfrequenz f_C

$h2 =$

	0
0	$-7.124 \cdot 10^{-6}$
1	$-3.833 \cdot 10^{-6}$
2	$3.145 \cdot 10^{-5}$
3	$1.078 \cdot 10^{-4}$
4	$1.912 \cdot 10^{-4}$
5	$1.922 \cdot 10^{-4}$
6	0
7	$-4.295 \cdot 10^{-4}$
8	$-9.701 \cdot 10^{-4}$
9	$-1.288 \cdot 10^{-3}$
10	$-9.465 \cdot 10^{-4}$
11	$3.293 \cdot 10^{-4}$
12	$2.339 \cdot 10^{-3}$
13	$4.238 \cdot 10^{-3}$
14	$4.723 \cdot 10^{-3}$
15	$2.634 \cdot 10^{-3}$
16	$-2.226 \cdot 10^{-3}$
17	$-8.46 \cdot 10^{-3}$
18	-0.013
19	-0.013
20	$-5.088 \cdot 10^{-3}$

Kaiser-Filterkoeffizienten

Fenster	Sperrdämpfung [dB]	k
Rechteck	21	2.'0
Bartlett	25	4.0
Hanning	44	4.0
Hamming	53	4.0
Blackman	74	6.0
Kaiser (gamma=2.12)	30	1.54
Kaiser (gamma=4.54)	50	2.93
Kaiser (gamma=7.76)	70	4.32
Kaiser (gamma=8.96)	90	5.71

Fensterfunktionen

$$\mathrm{blackmanWin}(i,N) := 0.42 + 0.5\cdot\cos\left[\frac{2\pi\cdot\left(i-\frac{N-1}{2}\right)}{N-1}\right] + 0.08\cdot\cos\left[\frac{4\pi\cdot\left(i-\frac{N-1}{2}\right)}{N-1}\right]$$

$$\mathrm{hammingWin}(i,N) := 0.54 + 0.46\cdot\cos\left[\frac{2\pi\cdot\left(i-\frac{N-1}{2}\right)}{N-1}\right]$$

$$\mathrm{bartlettWin}(i,N) := 1 - 2\cdot\frac{\left|i-\frac{N-1}{2}\right|}{N-1}$$

$$\mathrm{hanningWin}(i,N) := 0.5 + 0.5\cdot\cos\left[\frac{2\pi\cdot\left(i-\frac{N-1}{2}\right)}{N-1}\right]$$

$$\mathrm{rectWin}(i,N) := 1$$

$$\mathrm{kaiserWin}(i,N,\gamma) := \frac{\mathrm{I0}\left[2\cdot\frac{\gamma\cdot\sqrt{i\cdot(N-i-1)}}{N-1}\right]}{\mathrm{I0}(\gamma)}$$

Ideale Filterkoeffizienten

$$h_{LP}(i,\Omega_C,N) := \begin{cases} \dfrac{\Omega_C}{\pi} & \text{if } i = \dfrac{N-1}{2} \\[2ex] \dfrac{\sin\left[\left(i-\frac{N-1}{2}\right)\Omega_C\right]}{\left(i-\frac{N-1}{2}\right)\pi} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$h_{HP}(i,\Omega_C,N) := \begin{cases} \dfrac{\pi-\Omega_C}{\pi} & \text{if } i = \dfrac{N-1}{2} \\[2ex] \dfrac{\sin\left[\left(i-\frac{N-1}{2}\right)\pi\right] - \sin\left[\left(i-\frac{N-1}{2}\right)\Omega_C\right]}{\left(i-\frac{N-1}{2}\right)\pi} & \text{otherwise} \end{cases}$$