U6 Interpolationsrechnung II

Umfeld

Aufgrund der rekursiven Definition können bei der Newton-Interpolation auch nachträglich Datenpunkte (d.h. neue, zusätzliche Interpolationsbedingungen) hinzugefügt werden, ohne dass das gesamte Interpolationspolynom neu berechnet werden muss. Dadurch wird gegenüber der Lagrange- Interpolation erheblich Rechenaufwand eingespart.
Spline-Interpolationen beschreiben die Datenpunkte mit stückweise definierten Polynomfunktionen. Üblicherweise werden kubische Splines benutzt. Fallweise werden auch quadratische Splines verwendet, da sie sehr einfach zu bestimmen sind.

Aufgaben

1. Bestimmen Sie die quadratische Spline InterpolationQ(x)c_k und $p_2(x)$ nach Newton. Die Linearfaktoren sind auszumultiplizieren und nach aufsteigenden Potenzen zu sortieren. Das erhaltene Resultat ist mit Aufgabe 1/U6 zu vergleichen.

x	1	2	3
y	0	0	1

2. Bestimmen Sie das Interpolationspolynom nach Newton, das zusätzlich zu den Werten aus der vorhergehenden Aufgabe den Datenpunkt $p=(0,0)$ interpoliert.

3. Sie kennen für die drei nachfolgenden Punkte das Interpolationspolynom und die Newton-Koeffizienten c_k:

x	0	1	4
y	1	0	2

$$p_2(x) = \frac{5}{12}x^2 - \frac{17}{12}x + 1$$

$$c = \begin{pmatrix} 1 \\ ? \\ 5/12 \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie nun auf dieser Grundlage möglichst einfach ein Interpolationspolynom das die Punkte

x	0	1	2	4
y	1	0	1	2

interpoliert.

4. Bestimmen Sie das erste Spline-Polynom nach der Methode der natürlichen kubischen Splines, wenn die folgenden Datenpunkte interpoliert werden sollen:

x	0	1	2	3
y	1	2	1	0