U1 Lineare Algebra

Grundrechenoperationen:

$$a.)\quad \begin{pmatrix}-2 & 2\\ 3 & 1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}8 & 0\\ -1 & 3\end{pmatrix}\beta=\begin{pmatrix}-2+8 & 2+0\\ 3+(-1) & 1+3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6 & 2\\ 2 & 4\end{pmatrix}$$

$$b.)\quad \begin{pmatrix}1 & 3\\ 1 & 0\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}5 & 4\\ 4 & -3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1-5 & 3-4\\ 1-4 & 0-(-3)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-4 & -1\\ -3 & 3\end{pmatrix}$$

$$c.)\quad 4\begin{pmatrix}1 & 2\\ -4 & \alpha\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4 & 8\\ -16 & 4\alpha\end{pmatrix}$$

$$d.)\quad \begin{pmatrix}1 & 0\\ 3 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-2 & 1\\ 0 & 3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\cdot(-2)+0\cdot 0 & 1\cdot 1+0\cdot 3\\ 3\cdot(-2)+2\cdot 0 & 3\cdot 1+2\cdot 3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2 & 1\\ -6 & 9\end{pmatrix}$$

$$e.)\quad \begin{pmatrix}2 & -1\\ 1 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}4\\ -2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\cdot 4+(-1)\cdot(-2)\\ 1\cdot 4+0\cdot(-2)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}10\\ 4\end{pmatrix}$$

$$f.)\quad \beta\begin{pmatrix}2\\ 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & 3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\beta\\ \beta\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & 3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\beta & 6\beta\\ 2\beta & 3\beta\end{pmatrix}$$

$$g.)\quad \beta\begin{pmatrix}2 & 3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2\\ 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\beta & 3\beta\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2\\ 1\end{pmatrix}=4\beta+3\beta=7\beta$$

Determinanten:

$$h.)\quad \det\begin{pmatrix}-2 & 1\\ 2 & 1\end{pmatrix}=(-2)\cdot 1-2\cdot 1=-4$$

$$i.)\quad \det\begin{pmatrix}-1 & 4\\ 0.5 & -2\end{pmatrix}=(-1)\cdot(-2)-0.5\cdot 4=0$$

$$j.)\quad \det\begin{pmatrix}8 & 16\\ 24 & 256\end{pmatrix}=z\det\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 32\end{pmatrix}\qquad z=64\ \text{(Multilinearität der Determinantenfunktion)}$$

$$k.)\quad \det\begin{pmatrix}1 & 2 & 1 & 2\\ 0 & 1 & 4 & 5\\ 1 & 0 & -2 & 7\\ 0 & 1 & 0 & 0\end{pmatrix}=(+)1\det\begin{pmatrix}1 & 1 & 2\\ 0 & 4 & 5\\ 1 & -2 & 7\end{pmatrix}=1\left((+)1\cdot\det\begin{pmatrix}4 & 5\\ -2 & 7\end{pmatrix}+(+)1\det\begin{pmatrix}1 & 2\\ 4 & 5\end{pmatrix}\right)$$

$$=1\cdot\big(1\cdot(28+10)+1\cdot(5-8)\big)=35$$

Inverse:

$$l.)\quad \begin{pmatrix}-1 & 2\\ 10 & 8\end{pmatrix}^{-1}=\frac{1}{\det\begin{pmatrix}-1 & 2\\ 10 & 8\end{pmatrix}}\begin{pmatrix}8 & -2\\ -10 & -1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-8/28 & 2/28\\ 10/28 & 1/28\end{pmatrix}$$

$$m.)\quad \begin{pmatrix}-1 & 2\\ 4 & -8\end{pmatrix}^{-1}=\text{ex. nicht, da }\det=0$$

Schreiben Sie das folgende Gleichungssystem in Matrixform:

$$n.)\quad \begin{aligned}3x-4y-2z&=9\\ x-z&=0\\ y+12z&=-4\\ -x+5y-z&=8\end{aligned}\qquad \begin{pmatrix}3 & -4 & -2\\ 1 & 0 & -1\\ 0 & 1 & 12\\ -1 & 5 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\ y\\ z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}9\\ 0\\ -4\\ 8\end{pmatrix}$$