

U16 Numerische Integration: Trapezregel II

Aufgabe

- a.) Bestimmen Sie für $\int_1^3 -x^2 + 4x \, dx$ den Wert der notwendigen Zerlegung n , um einen Fehler $\varepsilon < 10^{-3}$ mit der Trapezregel zu erreichen.

Lösung:

Die notwendige Zerlegung erhalten wir für den allgemeinen Fall durch Umformen der Fehlerabschätzungsformel nach n :

$$|\varepsilon| \leq \frac{(b-a)^3}{12n^2} \max|f''|$$

$$n \geq \sqrt{\frac{(b-a)^3}{12|\varepsilon|} \max|f''|}$$

Für $\varepsilon \leq 10^{-3}$ wird die konkret:

$$f''(x) = -2 \quad \max|f''| = |-2| = 2$$

$$n \geq \sqrt{\frac{(b-a)^3}{12|\varepsilon|} \max|f''|} = \sqrt{\frac{(3-1)^3}{12 \cdot 10^{-3}} 2} = 36.51 \quad \rightarrow \underline{\underline{n \geq 37}}$$

Lösung:

Ausgabe: 1997 G. Krucker